

ISSN 2518-170X (Online),  
ISSN 2224-5278 (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Л А Р Ы

---

---

## ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## NEWS

OF THE ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ГЕОЛОГИЯ ЖӘНЕ ТЕХНИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР  
СЕРИЯСЫ



СЕРИЯ  
ГЕОЛОГИИ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК



SERIES  
OF GEOLOGY AND TECHNICAL SCIENCES

**2 (422)**

НАУРЫЗ – СӘУІР 2017 ж.  
МАРТ – АПРЕЛЬ 2017 г.  
MARCH – APRIL 2017

ЖУРНАЛ 1940 ЖЫЛДАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ЖУРНАЛ ИЗДАЕТСЯ С 1940 г.  
THE JOURNAL WAS FOUNDED IN 1940.

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ  
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД  
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА  
АЛМАТЫ, НАН РК  
ALMATY, NAS RK

Б а с р е д а к т о р ы

э. ғ. д., профессор, ҚР ҰҒА корреспондент-мүшесі

**И.К. Бейсембетов**

Бас редакторының орынбасары

**Жолтаев Г.Ж.** проф., геол.-мин. ғ. докторы

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

**Абаканов Т.Д.** проф. (Қазақстан)  
**Абишева З.С.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Алиев Т.** проф., академик (Әзірбайжан)  
**Бакиров А.Б.** проф., (Қырғыстан)  
**Беспәев Х.А.** проф. (Қазақстан)  
**Бишимбаев В.К.** проф., академик (Қазақстан)  
**Буктуков Н.С.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Бұлат А.Ф.** проф., академик (Украина)  
**Ганиев И.Н.** проф., академик (Тәжікстан)  
**Грэвис Р.М.** проф. (АҚШ)  
**Ерғалиев Г.Х.** проф., академик (Қазақстан)  
**Жуков Н.М.** проф. (Қазақстан)  
**Кенжалиев Б.К.** проф. (Қазақстан)  
**Қожахметов С.М.** проф., академик (Қазақстан)  
**Конторович А.Э.** проф., академик (Ресей)  
**Курскеев А.К.** проф., академик (Қазақстан)  
**Курчавов А.М.** проф., (Ресей)  
**Медеу А.Р.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Мұхамеджанов М.А.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Нигматова С.А.** проф. (Қазақстан)  
**Оздоев С.М.** проф., академик (Қазақстан)  
**Постолатий В.** проф., академик (Молдова)  
**Ракишев Б.Р.** проф., академик (Қазақстан)  
**Сейтов Н.С.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Сейтмуратова Э.Ю.** проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)  
**Степанец В.Г.** проф., (Германия)  
**Хамфери Дж.Д.** проф. (АҚШ)  
**Штейнер М.** проф. (Германия)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Геология мен техникалық ғылымдар сериясы».

ISSN 2518-170X (Online),

ISSN 2224-5278 (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.).

Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде 30.04.2010 ж. берілген №10892-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік.

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18, <http://nauka-nanrk.kz/geology-technical.kz>

---

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2017

Редакцияның Қазақстан, 050010, Алматы қ., Қабанбай батыра көш., 69а.

мекенжайы: Қ. И. Сәтбаев атындағы геология ғылымдар институты, 334 бөлме. Тел.: 291-59-38.

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Г л а в н ы й р е д а к т о р

д. э. н., профессор, член-корреспондент НАН РК

**И. К. Бейсембетов**

Заместитель главного редактора

**Жолтаев Г.Ж.** проф., доктор геол.-мин. наук

Р е д а к ц и о н н а я к о л л е г и я:

**Абаканов Т.Д.** проф. (Казахстан)  
**Абишева З.С.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Алиев Т.** проф., академик (Азербайджан)  
**Бакиров А.Б.** проф., (Кыргызстан)  
**Беспаяев Х.А.** проф. (Казахстан)  
**Бишимбаев В.К.** проф., академик (Казахстан)  
**Буктуков Н.С.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Булат А.Ф.** проф., академик (Украина)  
**Ганиев И.Н.** проф., академик (Таджикистан)  
**Грэвис Р.М.** проф. (США)  
**Ергалиев Г.Х.** проф., академик (Казахстан)  
**Жуков Н.М.** проф. (Казахстан)  
**Кенжалиев Б.К.** проф. (Казахстан)  
**Кожаметов С.М.** проф., академик (Казахстан)  
**Конторович А.Э.** проф., академик (Россия)  
**Курскеев А.К.** проф., академик (Казахстан)  
**Курчавов А.М.** проф., (Россия)  
**Медеу А.Р.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Мухамеджанов М.А.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Нигматова С.А.** проф. (Казахстан)  
**Оздоев С.М.** проф., академик (Казахстан)  
**Постолатий В.** проф., академик (Молдова)  
**Ракишев Б.Р.** проф., академик (Казахстан)  
**Сейтов Н.С.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Сейтмуратова Э.Ю.** проф., чл.-корр. (Казахстан)  
**Степанец В.Г.** проф., (Германия)  
**Хамфери Дж.Д.** проф. (США)  
**Штейнер М.** проф. (Германия)

«Известия НАН РК. Серия геологии и технических наук».

**ISSN 2518-170X (Online),**

**ISSN 2224-5278 (Print)**

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №10892-Ж, выданное 30.04.2010 г.

Периодичность: 6 раз в год

Тираж: 300 экземпляров

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,

<http://наука-нанрк.kz/geology-technical.kz>

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес редакции: Казахстан, 050010, г. Алматы, ул. Кабанбай батыра, 69а.

Институт геологических наук им. К. И. Сатпаева, комната 334. Тел.: 291-59-38.

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75

E d i t o r i n c h i e f

doctor of Economics, professor, corresponding member of NAS RK

**I. K. Beisembetov**

Deputy editor in chief

**Zholtayev G.Zh.** prof., dr. geol-min. sc.

E d i t o r i a l b o a r d:

**Abakanov T.D.** prof. (Kazakhstan)  
**Abisheva Z.S.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Aliyev T.** prof., academician (Azerbaijan)  
**Bakirov A.B.** prof., (Kyrgyzstan)  
**Bespayev Kh.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Bishimbayev V.K.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Buktukov N.S.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Bulat A.F.** prof., academician (Ukraine)  
**Ganiyev I.N.** prof., academician (Tadjikistan)  
**Gravis R.M.** prof. (USA)  
**Yergaliev G.Kh.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Zhukov N.M.** prof. (Kazakhstan)  
**Kenzhaliyev B.K.** prof. (Kazakhstan)  
**Kozhakhmetov S.M.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kontorovich A.Ye.** prof., academician (Russia)  
**Kurskeyev A.K.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Kurchavov A.M.** prof., (Russia)  
**Medeu A.R.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Muhamedzhanov M.A.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Nigmatova S.A.** prof. (Kazakhstan)  
**Ozdoyev S.M.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Postolatii V.** prof., academician (Moldova)  
**Rakishev B.R.** prof., academician (Kazakhstan)  
**Seitov N.S.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Seitmuratova Ye.U.** prof., corr. member. (Kazakhstan)  
**Stepanets V.G.** prof., (Germany)  
**Humphery G.D.** prof. (USA)  
**Steiner M.** prof. (Germany)

**News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of geology and technology sciences.**

**ISSN 2518-170X (Online),**

**ISSN 2224-5278 (Print)**

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 10892-Ж, issued 30.04.2010

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,  
<http://nauka-nanrk.kz/geology-technical.kz>

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Editorial address: Institute of Geological Sciences named after K.I. Satpayev  
69a, Kabanbai batyr str., of. 334, Almaty, 050010, Kazakhstan, tel.: 291-59-38.

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

SERIES OF GEOLOGY AND TECHNICAL SCIENCES

ISSN 2224-5278

Volume 2, Number 422 (2017), 175 – 184

UDC 625.855.3

N. M. Mahmetova, V. G. Solonenko, S. T. Bekzhanova

M. Tynyshpayev kazakh academy of transport and communications, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: makhmetova\_n1958@mail.ru

## THE CALCULATION OF FREE OSCILLATIONS OF AN ANISOTROPIC THREE-DIMENSIONAL ARRAY OF UNDERGROUND STRUCTURES

**Abstract.** This work is a theoretical research aimed at studying the amplitude-frequency characteristics of the system "lining-soil". It was found that fluctuations in the deformation occur, not only the soil mass, but in an underground structure in the course of a numerical experiment to study the free oscillations of an anisotropic three-dimensional array with the station tunnel.

We investigate on the basis of the variational formulation of the finite element method of amplitude-frequency characteristics of the system "lining-soil". A generalized problem of eigen values is solved iteratively in the subspace based on the scheme of the Jacobi algorithm.

**Keywords:** free oscillation, stress-strain state, lining, stress, displacement, algorithm.

Creating a reliable method of calculating vehicle stability of underground structures of finite size in difficult ground conditions under the influence of static and dynamic loads is very challenging. In Kazakhstan a developed mining industry, with increasing depth of mining operations and the deterioration of the conditions of development of mineral deposits, the requirements to ensure the sustainability of developments rise sharply. In addition, with the construction of the Almaty Metro in the zone of possible 9-10-magnitude earthquake, it needs reliable recommendations for earthquake resistance.

All this calls for fundamental research involving modern apparatus of mathematics and mechanics of solids, unconventional analytical and numerical methods for solving tasks and creation on their basis of software tools for the analysis of dynamic stability of various vehicles designed and constructed underground structures for various purposes [1, 2].

Study of free oscillations of transport facilities is important to determine the effect of physical and mechanical properties and geometric parameters of the structural elements and the surrounding massif complex structure at their resonant frequency response. On the other hand, the study of the dynamic response of a spatial reference system "underground structure array rocks" lower frequencies is necessary for the formation and basic solutions allowing movement of the matrix equations [3-5].

We study the free oscillations of the soil mass with a three-dimensional transport of underground structures on the basis of the numerical method – finite element method (FEM) – in conjunction with an iterative method in the subspace.

Object of research is the lower half-space with underground facilities shallow emplacement. Rock mass consists of a non-uniform layers with different physical and mechanical properties. Elastic status of each layer is described by the generalized Hooke's law:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (1)$$

where  $\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots, \tau_{xz}\}^T$ ,  $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \dots, \lambda_{xz}\}^T$ ,  $[D] = [d_{ij}]$ ,  $(i, j = 1, 2, \dots, 6)$  - elastic solid matrix; elastic moduli  $d_{ij}$  represented by the elastic constants transropic array  $E_k, \nu_k, G_2$ ,  $(k = 1, 2)$  of

angles of inclination of the plane of isotropy  $\varphi$  and inclination to the longitudinal axis of the horizontal three-dimensional structures of the transport line stretch isotropic plane  $\psi$  [6,7].

Boundary conditions: the lateral faces and the base of the calculation region with the construction of non-deformable -  $u = v = w = 0$ ; internal the breed contour lining and free from external loads -  $X_n = Y_n = Z_n = 0$ . Spatial computational domain is divided into 1606 prismatic elements with 2875 nodes.

Differential equations oscillation system for the array to transport underground structures can be represented as:

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{R(t)\}, \quad (2)$$

where  $\{R(t)\}$  - vector external nodal forces,  $\{\ddot{U}(t)\}$ ,  $\{\dot{U}(t)\}$ ,  $\{U(t)\}$  - Vectors of nodal accelerations, velocities and displacements,  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  - accordingly, the mass matrix, rigidity and damping system. The matrix equation of free oscillations "lining-ground" of the system obtained from (2), when the effect of damping and the impact of external forces that are missing  $[C]=0$ ,  $\{R\}=0$

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0. \quad (3)$$

Stiffener matrix is computed using the integral [3,4]:

$$[k] = \int_V [B]^T [D][B] dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D][B] \det[J] d\xi d\eta d\zeta. \quad (4)$$

Integral expression (4) after the application of Gauss-Legendre quadrature to the form

$$[k] = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p H_i H_j H_k [B]_{ijk}^T [D][B]_{ijk} \det[J]. \quad (5)$$

System stiffness matrix  $[K]$  is produced by summing all elements of the stiffness matrix

$$[K] = \sum_{i=1}^k [k_i]. \quad (6)$$

System mass matrix is formed from the matrix elements of the masses is similar to the system stiffness matrix. Mass Matrix prismatic element has the form [8, 9]:

$$[m] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m H_i H_j H_k \rho [P_{ijk}]^T [P_{ijk}] \det[J], \quad (7)$$

where  $[P_{ijk}]$  - matrix interpolating movements. System mass matrix is obtained by summing all elements of the mass matrix

$$[M] = \sum_{i=1}^k [m_i]. \quad (8)$$

The solution of ordinary differential equations of second order (3) can be written as:

$$\{U\} = \{\varphi\} \sin(\omega(t - \alpha_0)). \quad (9)$$

Substituting (9) into (3) gives a common problem eigen values

$$[K]\{\varphi\} = \omega^2 [M]\{\varphi\}. \quad (10)$$

We introduce the notation  $\lambda = \omega^2$ , then (10) takes the form:

$$[K]\{\varphi\} = \lambda [M]\{\varphi\}. \quad (11)$$

For the solution of the generalized problem of eigen values used in the subspace iterative method based on the algorithm of Jacobi method and the properties of the Sturm sequence [10].

When iterative methods are necessary at each step to analyze the convergence of the obtained approximations. Let a (k-1) and (k) - iteration step approximate calculated eigenvalues  $\lambda_i^{(k)}$  and  $\lambda_i^{(k+1)}$  then the convergence is achieved at

$$\frac{\lambda_i^{(k+1)} - \lambda_i^{(k)}}{\lambda_i^{(k+1)}} \leq \varepsilon, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \tag{12}$$

The effectiveness of the chosen method is explained, first, the initial choice of the subspace, sufficiently close to the desired lowest eigen values; secondly, the transition from the convenience of the algorithm to another subspace, which ensures "best" approximation of eigen values vectors. Furthermore, the use of translations and other accelerating processes also increases the efficiency of the method [10].

In the study of stress-strain state of the system "lining-ground" on the seismic action the first and necessary step in the calculation is to determine the frequencies and modes of vibration of the system. Calculation of amplitude-frequency characteristics of the system "lining-soil" is made in the subspace iteration method above.

Received 100 first frequencies and forms of oscillations in the frequency range up to 22.2 Hz. values "lining-soil" system of the lower frequencies of free oscillations are shown in Table. As you can see, the range of "lining-soil" system of natural frequencies is quite dense.

The values of the frequency of free oscillations "lining-soil" system

Frequency rooms	1	2	3	4	5	6	7	8
$\omega_i$ (Hz)	1,78	3,09	3,61	3,84	4,31	4,65	5,87	6,13

Figures 1-3 show three-dimensional forms (fashion) free oscillations of the system "lining-ground."

Modes 1 and 2 are horizontal oscillations soil layer, wherein the first mode is a skew-symmetric and the second mode – symmetric. In modes 3-5 are more pronounced vertical oscillations. The third mode is

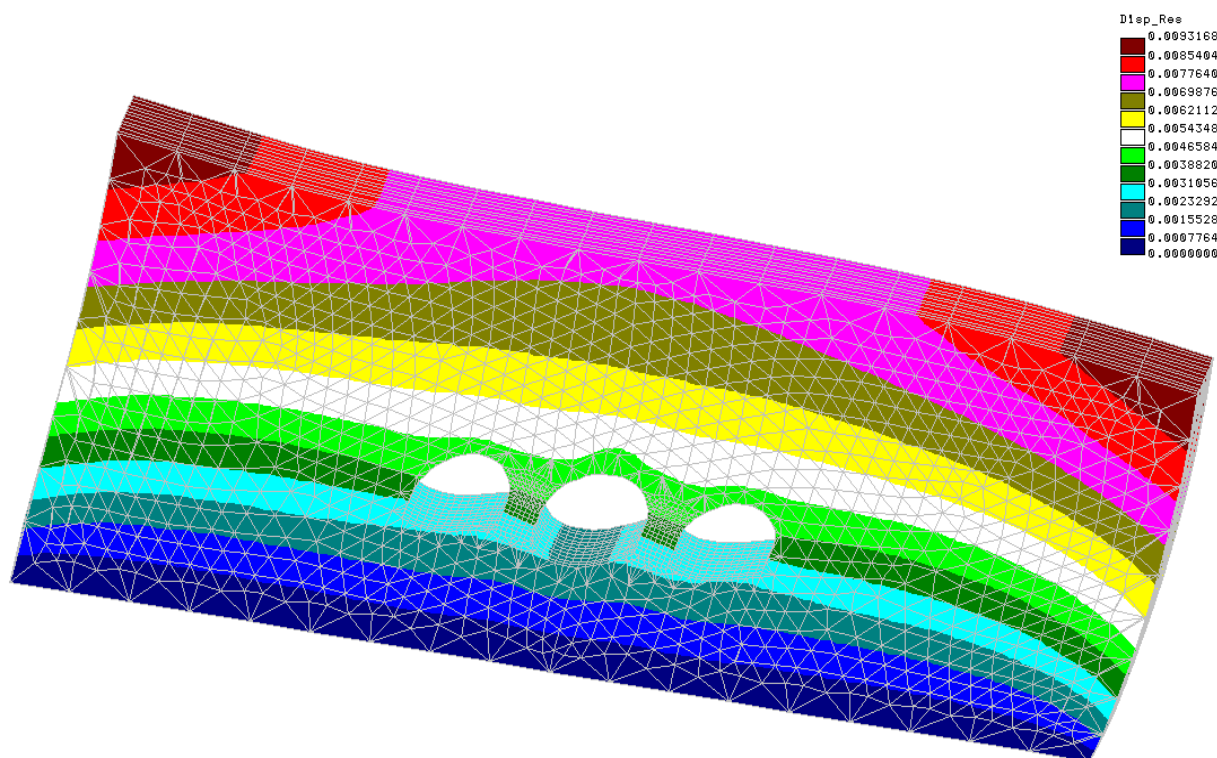


Figure 1 – The first mode of free oscillations "lining-soil" system

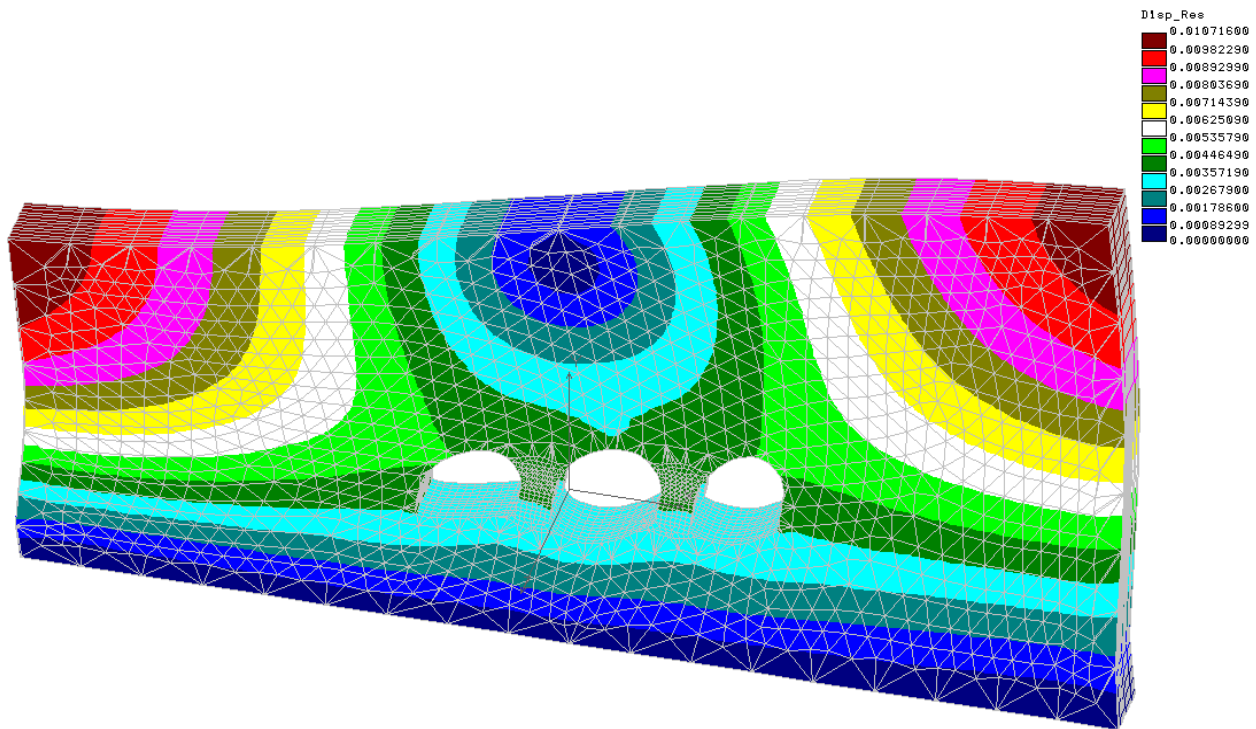


Figure 2 – The third mode of free oscillations "lining-soil" system

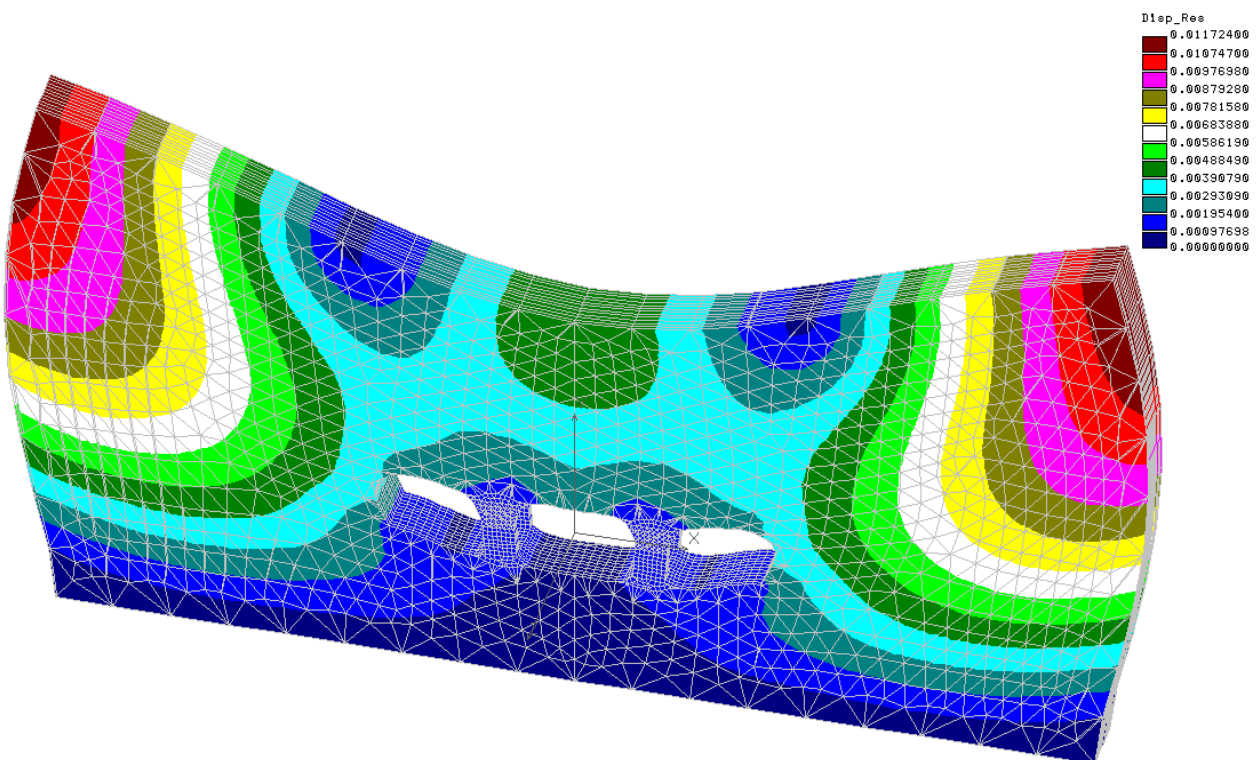


Figure 3 – The fifth mode of free vibrations "lining-soil" system

a skew-symmetric, and 4-5 fashion – symmetrical. Higher forms shown in Figures 1-8, are rather complex oscillatory motion of the ground and, apparently, do not make a significant contribution in determining the seismic movements, but can have a significant impact in finding the acceleration system and the seismic stresses in the construction of tunnels lining.



**Conclusions.** Multivariate numerical experiments to study free "lining-soil" oscillations of the system revealed that there is a complex pattern of deformation of anisotropic array and being in it three-dimensional underground structure in the course of oscillation, comprising a tensile elements, compression, bending and torsion (see Figures 1–3).

Analysis of the results of the calculation shows that the value of natural frequencies and forms of oscillations are influenced by many factors, including the structure of the soil mass, the density distribution in heterogeneous soils, the methods of construction of underground structures, geometrical parameters.

#### REFERENCES

- [1] Salamahin P.M. Engineering structures in transport construction. M.: Academy, 2007. 264 p.
- [2] Gibshman M.E., Popov V.I. Design of transport constructions. M.: Transport, 1988. 198 p.
- [3] Makovsky L.V., Polyakov D.V. Modeling static circular tunnel lining work with supple joints in conjunction with the soil file // Transport construction. 2015. N 11. P. 25-27.
- [4] Zhuravlev G.M., Naumov I.A. Influence of deformation on the formation of damage to the mechanical properties of building structures of materials // Transport construction. 2015. N 2. P. 23-25.
- [5] Isaev O.N., Sharafutdinov R.F. Experimental studies of soil busting at microtunneling // Transport construction. 2015. N 7. P. 7-10.
- [6] Erzhonov J.S., Aytaliev Sh.M., Massanov J.K. The stability of horizontal workings in the pan-layered array. Alma-Ata: Science, 1971. 160 p.
- [7] Erzhonov J.S., Aytaliev Sh.M., Massanov J.K. Seysmonapryazhennoe state of underground structures in anisotropic layered array. Alma-Ata: Science, 1980. 212 p.
- [8] Zenkevich O. Finite Element Method in the art. M.: Mir, 1975. 541 p.
- [9] Segerlend L. Application of finite element method. M.: Mir, 1979. 392 p.
- [10] Bath K., Wilson E. Numerical methods of analysis and finite element method. M.: Mir, 1982. 442 p.

#### Information about authors:

Makhmetova Narzankul Musaevna – Professor, Almaty, Shevchenko 97, the Kazakh Academy of Transport and Communications, makhmetova\_n1958@mail.ru

Solonenko Gelevich Vladimir – Professor, Almaty, Shevchenko 97, the Kazakh Academy of Transport and Communications, v.solontnko@mail.ru

Bekzhanova Saul Ertaevna – Professor, Almaty, Shevchenko 97, the Kazakh Academy of Transport and Communications

**Н. М. Махметова, В. Г. Солоненко, С. Е. Бекжанова**

Казахская академия транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева, Алматы, Казахстан

## РАСЧЕТ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ АНИЗОТРОПНОГО МАССИВА С ТРЕХМЕРНЫМ ПОДЗЕМНЫМ СООРУЖЕНИЕМ

**Аннотация.** Работа представляет собой теоретическое исследование, направленное на изучение амплитудно-частотных характеристик системы «обделка-грунт». В ходе проведения численного эксперимента по изучению свободных колебаний анизотропного массива с трехмерным стационарным тоннелем было установлено, что в процессе колебания происходит деформирование не только грунтового массива, но и находящегося в нем подземного сооружения.

Исследуется на основе вариационной формулировки метода конечных элементов амплитудно-частотные характеристики системы «обделка- грунт». Обобщенная проблема о собственных значениях решается итерационным методом в подпространстве, основанным на схеме алгоритма Якоби.

**Ключевые слова:** свободное колебание, напряженно-деформированное состояние, обделка, напряжение, перемещение, алгоритм.

Создание надежных методов расчета устойчивости транспортных подземных сооружений конечных размеров в сложных грунтовых условиях под действием статических и динамических нагрузок является весьма сложной задачей. В условиях Казахстана с развитой горнодобывающей промышленностью, с увеличением глубины горных работ и ухудшением условий разработки

месторождений полезных ископаемых, требования к обеспечению устойчивости выработок резко повышаются. Кроме того, со строительством Алматинского метрополитена в зоне возможных 9-10-балльных землетрясений нужны надежные рекомендации для обеспечения сейсмостойкости.

Все это вызывает необходимость проведения фундаментальных исследований с привлечением современного аппарата математики и механики деформируемого твердого тела, разработки нетрадиционных аналитических и численных методов решения поставленных задач и создания на их основе программных средств для анализа динамической устойчивости различных проектируемых и строящихся транспортных подземных сооружений различных назначений [1, 2].

Изучения свободных колебаний транспортных сооружений важны для выяснения влияния физико-механических свойств и геометрических параметров конструктивных элементов и окружающего массива сложного строения на резонансные их амплитудно-частотные характеристики. С другой стороны, при изучении динамической реакции пространственной системы «подземное сооружение-массив горных пород» низкие частоты необходимы для формирования и решения основных разрешающих матричных уравнений движения [3-5].

В работе исследуются свободные колебания грунтового массива с трехмерным транспортным подземным сооружением на основе численного метода – метода конечных элементов (МКЭ)- в сочетании с итерационным методом в подпространстве.

Объект исследования – нижнее полупространство с подземным сооружением неглубокого заложения. Породный массив состоит из неоднородных слоев с различными физико-механическими свойствами. Упругое состояние каждого слоя описывается уравнениями обобщенного закона Гука:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (1)$$

где  $\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots, \tau_{xz}\}^T$ ,  $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \dots, \lambda_{xz}\}^T$ ,  $[D] = [d_{ij}]$ ,  $(i, j = 1, 2, \dots, 6)$  - матрица упругости массива; модули упругости  $d_{ij}$  представляются через упругие постоянные транспонного массива  $E_k, \nu_k, G_2$ ,  $(k = 1, 2)$ , углов наклона плоскости изотропии  $\varphi$  и наклона продольной оси горизонтального трехмерного транспортного сооружения от линии простираения плоскости изотропии  $\psi$  [6, 7].

Граничные условия: боковые грани и основание расчетной области с сооружением недеформируются –  $u=v=w=0$ ; внутренний породный контур и обделка свободны от внешних нагрузок –  $X_n=Y_n=Z_n=0$ . Пространственная расчетная область разбита на 1606 призматические элементы с 2875 узлами.

Система дифференциальных уравнений колебаний для массива с транспортным подземным сооружением можно представить в виде:

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{R(t)\}, \quad (2)$$

где  $\{R(t)\}$  - вектор внешних узловых сил,  $\{\ddot{U}(t)\}$ ,  $\{\dot{U}(t)\}$ ,  $\{U(t)\}$  - векторы узловых ускорений, скоростей и перемещений,  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  - соответственно, матрицы масс, затухания и жесткости системы.

Матричное уравнение свободных колебаний системы «обделка-грунт» получается из (2), когда эффект демпфирования и воздействие внешних сил отсутствуют т.е.  $[C]=0$ ,  $\{R\}=0$

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0. \quad (3)$$

Матрица жесткости элемента вычисляется с помощью интеграла [8-9]:

$$[k] = \int_V [B]^T [D] [B] dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det[J] d\xi d\eta d\zeta. \quad (4)$$

Выражение интеграла (4) после применения квадратур Гаусса-Лежандра приводится к виду

$$[k] = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p H_i H_j H_k [B]_{ijk}^T [D] [B]_{ijk} \det[J]. \quad (5)$$

Матрица жесткости системы  $[K]$  образуется путем суммирования матриц жесткости всех элементов

$$[K] = \sum_{i=1}^k [k_i]. \quad (6)$$

Матрица масс системы  $[M]$  формируется из матриц масс элементов аналогично матрице жесткости системы. Матрица масс призматического элемента имеет вид [8, 9]:

$$[m] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m H_i H_j H_k \rho [P_{ijk}]^T [P_{ijk}] \det[J], \quad (7)$$

где  $[P_{ijk}]$  - матрица, интерполирующая перемещения. Матрица масс системы получается путем суммирования матриц масс всех элементов

$$[M] = \sum_{i=1}^k [m_i]. \quad (8)$$

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка (3) можно записать в виде:

$$\{U\} = \{\varphi\} \sin(\omega(t - \alpha_0)). \quad (9)$$

Подставляя (9) в (3), получим общую проблему собственных значений

$$[K] \{\varphi\} = \omega^2 [M] \{\varphi\}. \quad (10)$$

Введем обозначение  $\lambda = \omega^2$ , тогда (10) примет вид:

$$[K] \{\varphi\} = \lambda [M] \{\varphi\}. \quad (11)$$

Для решения обобщенной проблемы собственных значений использован итеративный метод в подпространстве, основанный на алгоритме метода Якоби и свойствах последовательности Штурма [10].

При итерационных методах необходимо на каждом шаге анализировать сходимость полученных приближений. Пусть на  $(k-1)$  и  $(k)$ -шаге итерации вычислены приближенные собственные значения  $\lambda_i^{(k)}$  и  $\lambda_i^{(k+1)}$ , тогда сходимость достигается при

$$\frac{\lambda_i^{(k+1)} - \lambda_i^{(k)}}{\lambda_i^{(k+1)}} \leq \varepsilon, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (12)$$

Эффективность выбранного метода объясняется, во-первых, возможностью выбора начального подпространства, достаточно близкого к искомому наименьшим собственным значениям; во-вторых, удобства алгоритма перехода от данного подпространства к другому, обеспечивающему «наилучшего» приближения собственных значений векторов. Кроме того, использование сдвигов и других ускоряющих процедур также способствует увеличению эффективности метода [10].

При исследовании напряженно-деформированного состояния системы «обделка-грунт» на сейсмическое воздействие первым и необходимым этапом расчёта является определение частот и форм собственных колебаний системы. Расчёт амплитудно-частотных характеристик системы «обделка-грунт» выполнен итерационным методом в подпространстве, приведенным выше.

Получено 100 первых частот и форм собственных колебаний в частотном диапазоне до 22,2 Гц. В таблице приведены значения низших частот свободных колебаний системы «обделка-грунт». Как видно, спектр собственных частот системы «обделка-грунт» является достаточно плотным.

На рисунках 1–3 показаны пространственные формы (моды) собственных колебаний системы «обделка-грунт».

Значения частот свободных колебаний системы «обделка-грунт»

Номера частот	1	2	3	4	5	6	7	8
$\omega_i$ (Гц)	1,78	3,09	3,61	3,84	4,31	4,65	5,87	6,13

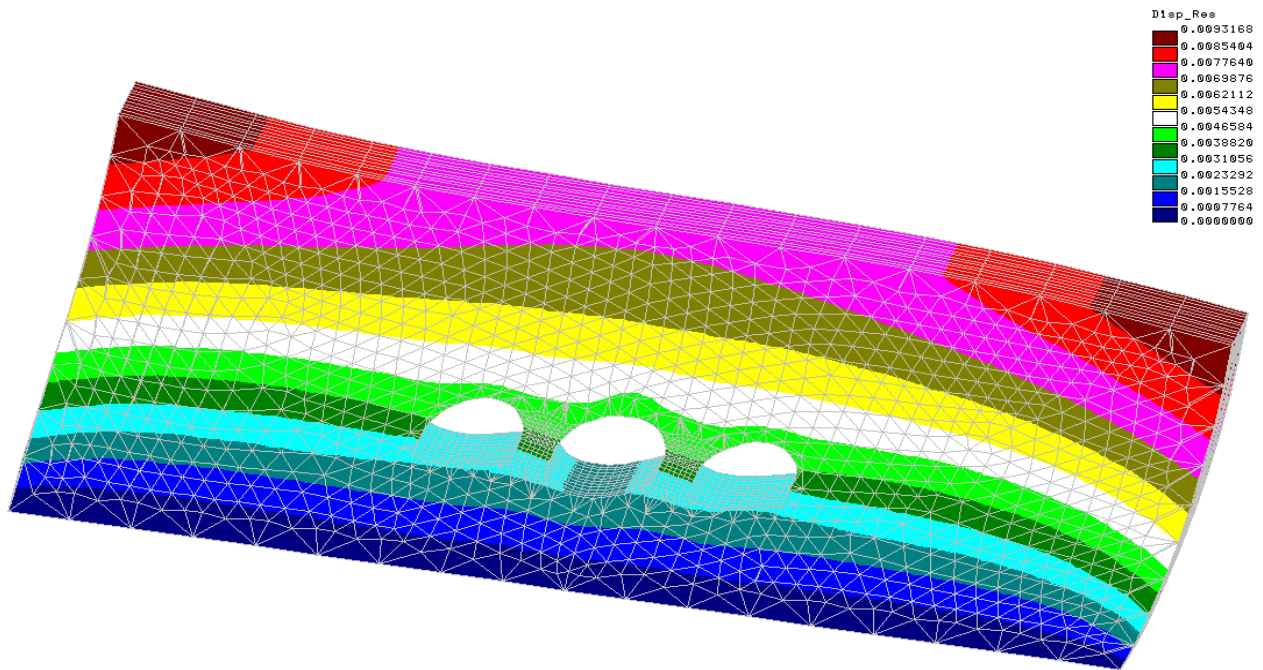


Рисунок 1 – Первая форма собственных колебаний системы «обделка-грунт»

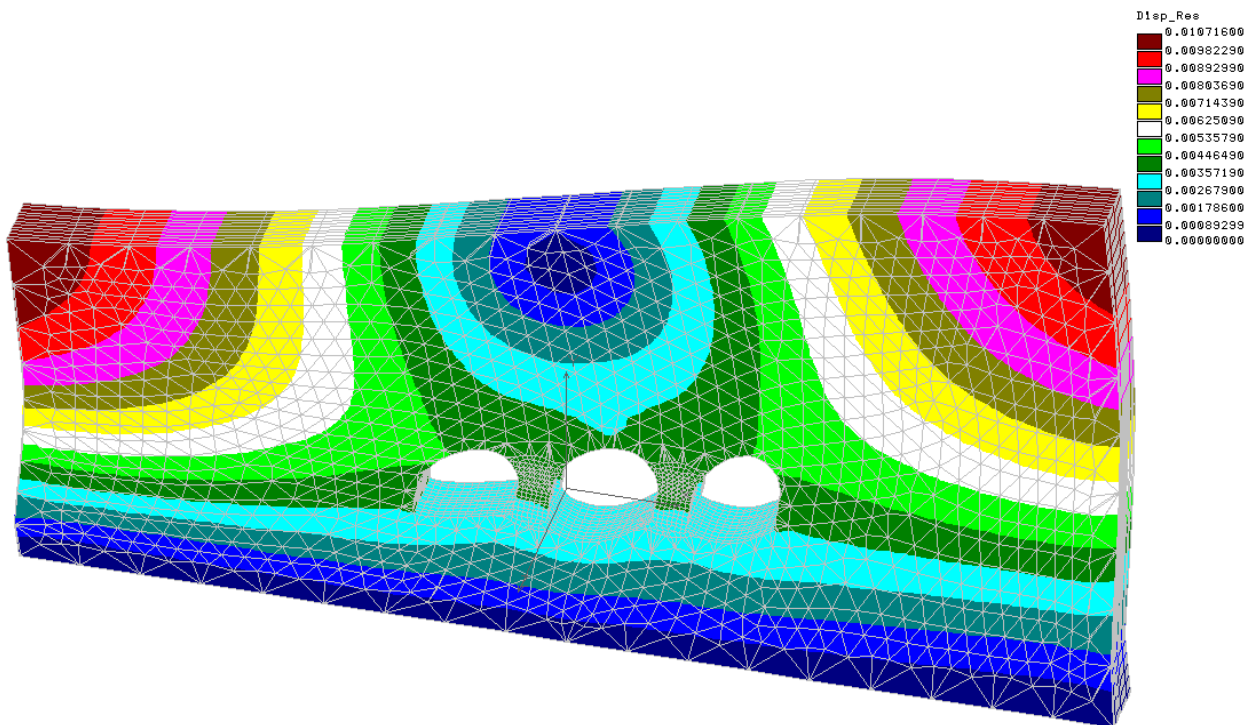


Рисунок 2 – Третья форма собственных колебаний системы «обделка-грунт»

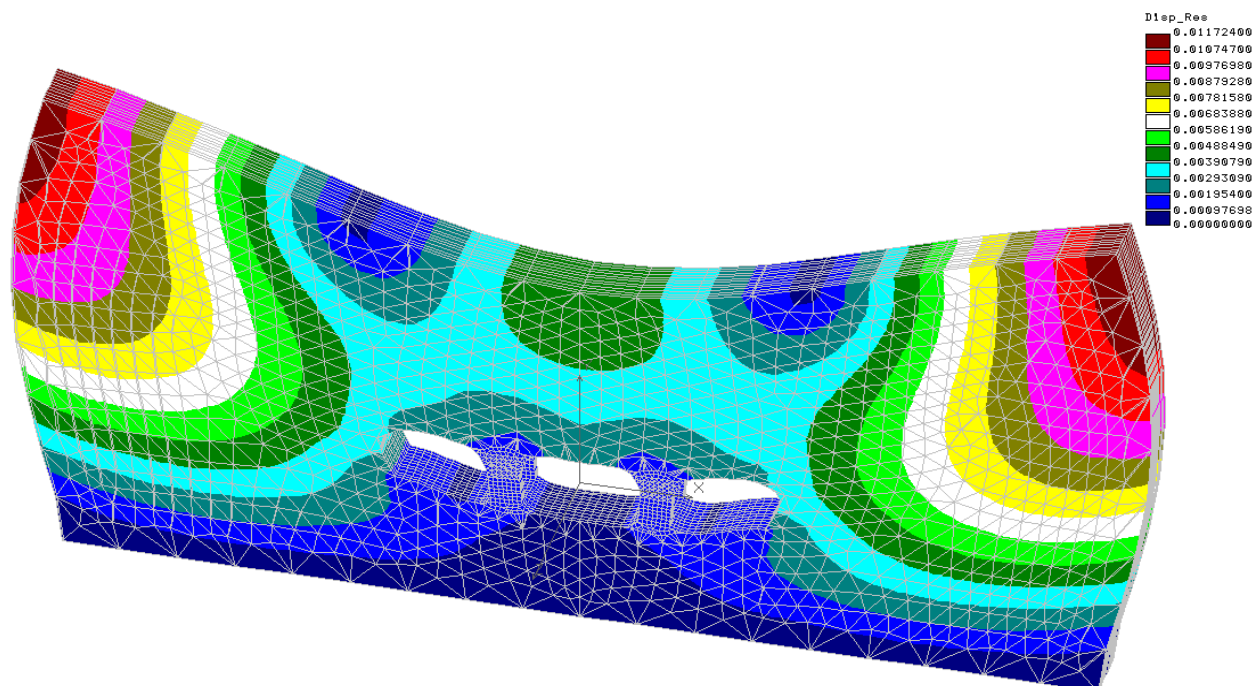


Рисунок 3 – Пятая форма собственных колебаний системы «обделка-грунт»

Моды 1 и 2 представляют собой горизонтальные колебания слоя грунта, причем первая мода является кососимметричной, а вторая мода – симметричной. В модах 3-5 более выраженными являются вертикальные колебания. Третья мода является кососимметричной, а 4-5 моды – симметричными. Более высокие формы, показанные на рисунках 1-8, представляют собой достаточно сложные колебательные движения грунта и, по-видимому, не вносят существенного вклада при определении сейсмических перемещений, но могут оказывать заметное влияние при нахождении ускорений системы и сейсмических напряжений в конструкции обделки тоннелей.

**Выводы.** Проведенные многовариантные численные эксперименты по изучению свободных колебаний системы «обделка-грунт» позволили установить, что наблюдается сложная картина деформирования анизотропного массива и находящегося в нем трехмерного подземного сооружения в процессе колебаний, содержащая в себя элементы растяжения, сжатия, изгиба и кручения (см. рисунки 1-3).

Анализ полученных результатов расчета показывает, что на значения собственных частот и формы колебания влияют многие факторы, в том числе строение грунтового массива, распределение плотностей в разнородных грунтах, способы строительства подземного сооружения, геометрические его параметры.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Саламахин П.М. Инженерные сооружения в транспортном строительстве. – М.: Академия, 2007. – 264 с.
- [2] Гишман М.Е., Попов В.И. Проектирование транспортных сооружений, – М.: Транспорт, 1988. – 198 с.
- [3] Маковский Л.В., Поляков Д.В. Моделирование статической работы круговых тоннельных обделок с податливыми стыками во взаимодействии с грунтовым массивом // Транспортное строительство. – 2015. – № 11. – С. 25-27.
- [4] Журавлев Г.М., Наумов И.А. Влияние деформационной повреждаемости на формирование механических свойств материалов строительных конструкций // Транспортное строительство. – 2015. – № 2. – С. 23-25.
- [5] Исаев О.Н., Шарафутдинов Р.Ф. Экспериментальные исследования перебора грунта при микротоннелировании // Транспортное строительство. – 2015. – № 7. – С. 7-10.
- [6] Ержанов Ж.С., Айтиалиев Ш.М., Масанов Ж.К. Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массиве. – Алма-Ата: Наука, 1971. – 160 с.
- [7] Ержанов Ж.С., Айтиалиев Ш.М., Масанов Ж.К. Сеймонапряженное состояние подземных сооружений в анизотропном слоистом массиве. – Алма-Ата: Наука, 1980. – 212 с.
- [8] Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
- [9] Сегерленд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
- [10] Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Мир, 1982. – 442 с.

**Н. М. Махметова, В. Г. Солоненко, С. Е. Бекжанова**

М. Тынышбаев атындағы Қазақ көлік және коммуникациялар академиясы, Алматы, Қазақстан

**СТАНЦИЯНЫҢ ТИПТІК БӨЛІГІНДЕГІ ҚАТПАРЛАМАСЫНЫҢ  
КЕРНЕУЛІ-ДЕФОРМАЦИЯЛЫҚ КҮЙІНІҢ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬДЫ ЕСЕПТЕУІ**

**Аннотация.** Жұмыс «бекітпе-топырақ» жүйесінің амплитудалық-жиілік сипаттамасын зерттеуге бағытталған теориялық ізденіс. Үш өлшемді станция тоннелі бар анизотропты массивінің еркін тербелісін үйрену бойынша сандық экспериментті жүргізу барысында тербелу процесі кезінде топырақ массиві ғана деформацияға ұшырамай, онда орналасқан жерасты ғимараттарының да деформацияланатыны анықталған.

«Бекітпе-топырақ» жүйесінің амплитудалық-жиілік сипаттамасы вариациялық түрдегі шекті элементтер әдісі негізінде зерттеледі. Якоби алгоритм сызбасына негізделген кеңістік бөлігіндегі итерация әдісімен меншікті мәндерінің жалпыланған мәселесі шешіледі.

**Түйін сөздер:** еркін тербеліс, кернеулі-деформациялық күй, бекітпе, кернеу, жылжу, алгоритм.

**Сведения об авторах:**

Махметова Нарзанкул Мусаевна – д.т.н., профессор, г. Алматы, ул.Шевченко 97, Казахская академия транспорта и коммуникаций, makhmetova\_n1958@mail.ru

Солоненко Владимир Гельевич – д.т.н., профессор, г. Алматы, ул.Шевченко 97, Казахская академия транспорта и коммуникаций, v.solontnko@mail.ru

Бекжанова Сауле Ертаевна – д.т.н., профессор, г. Алматы, ул.Шевченко 97, Казахская академия транспорта и коммуникаций

**Publication Ethics and Publication Malpractice  
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

**ISSN 2518-170X (Online), ISSN 2224-5278 (Print)**

<http://geolog-technical.kz/index.php/kz/>

*Верстка Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 12.04.2017.

Формат 70x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

16,7 п.л. Тираж 300. Заказ 2.